Journal für Didaktik der Naturwissenschaften und der Mathematik (P/S) 2, (2018)
Juni 2018, Vol. 2, pp. 49-53

Unterricht auf verschiedenen Differenzierungsstufen

Teaching on Different Levels

Franz Lemmermeyer

Zusammenfassung

Die schöne neue Bildungswelt des Unterrichtens auf verschiedenen Differenzierungsstufen wirft ihre Schatten voraus; wir betrachten die Umsetzung dieses neuen Konzepts in den derzeit erscheinenden Büchern anhand von Materialien aus dem Klett Verlag.

Schlüsselwörter: Mathematikunterricht – Binnendifferenzierung – Bruchrechnen – Kompetenzen

Abstract

In this article we will have a look at how teachers are supposed to deal with teaching mathematics on different levels. We will do this by looking at excerpts provided by Klett, the publisher once famous for the Lambacher Schweizer textbook series in mathematics.

Keywords: mathematics education – teaching on different levels – fractions – competences

1 Einführung

Binnendifferenzierung ist ein Wort, das eine ähnliche Karriere hinter sich hat wie die Kompetenzorientierung und die wie jene die Lösung aller Probleme verspricht, die es vor ihrer Einführung gar nicht gegeben hat. Die zunehmende Heterogenität der Schüler, bedingt durch die Verwandlung des Gymnasiums in eine Volksschule und die Einführung der Gemeinschaftsschule (hinter der im Wesentlichen dieselbe Idee der Einheitsschule steht), soll von Lehrern als Chance begriffen werden, wobei nicht ganz klar ist, wo für Lehrer oder Schüler der Vorteil liegen soll. Anstatt eine Klasse zu unterrichten, beaufsichtigt ein Lehrer jetzt drei Klassenteile gleichzeitig, versorgt die jeweiligen Gruppen mit Aufgabenblättern und hofft, dass Eltern und Nachhilfelehrer in häuslichem Frontalunterricht das nachholen, was er im Klassenzimmer nicht mehr leisten kann.

Der Klett-Verlag hat bereits 2011 Materialien zur individuellen Förderung in drei Differenzierungsstufen herausgebracht, aus dem wir im Folgenden zitieren. Bei dem vorgestellten Material geht es um die Einführung in das Bruchrechnen.

2 Schneiden, Falten, Teilen

Der Einstieg auf dem grundlegenden (G), qualifizierten (Q) und weiterführenden (W) Niveau besteht in der folgenden Aufgabe:

Teile folgende Figuren in die angegebene Zahl von gleich großen Bruchteilen. Arbeite mit Bleistift und Lineal.

Tipp: *Die Aufgaben sind einfacher zu lösen, wenn du die Figur ausschneidest und faltest.*

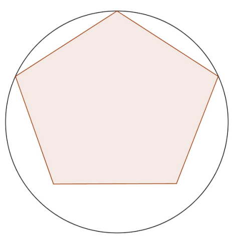
Dann ist ein Rechteck abgebildet, das man a) „in 4 gleich große Teile“, und ein regelmäßiges Sechseck, das man b) „in 6 gleich große Teile“ teilen soll.

Die Aufgabe auf dem weiterführenden Niveau unterscheidet sich davon einerseits dadurch, dass die Forderung nach „gleich großen Teilen“ nicht noch zweimal wiederholt wird, und dass andererseits das Rechteck jetzt in 6 gleich große Teile zu teilen ist.

Auch Schülern auf dem qualifizierenden Niveau wird angeraten, Bleistift und Lineal zu Hilfe zu nehmen und der Tipp gegeben, die Figuren auszuschneiden und zu falten. Das Rechteck ist jetzt in 8 Teile zu teilen, was die Autoren vermutlich für anspruchsvoller halten als die Teilung in 6 Teile, das Sechseck muss in zwei Teile zerlegt werden, und als Zusatz folgt die Aufgabe, ein Fünfeck in 5 gleich große Teile zu zerlegen.

Dass die Schüler auf dem grundlegenden Niveau ein Rechteck nicht in vier gleich große Teile zerlegen können, ohne das Rechteck auszuschneiden (mit Bleistift und Lineal, oder ist auch eine Schere erlaubt?) und zu falten, lässt erahnen, dass deren Kompetenzen auf anderen Gebieten liegen müssen. Dass auch auf dem weiterführenden Niveau ein Sechseck leichter in zwei gleich große Hälften geteilt werden kann, wenn man erst mal 15 Minuten schneidet und faltet, lässt einen doch etwas ratlos zurück.

Die Aufgabe, das Fünfeck in 5 gleich große Teile zu teilen ist dagegen anspruchsvoller als die Autoren wohl geglaubt haben. Um ein Pentagon in 5 gleich große Teile zu teilen, wäre es am einfachsten, den Umkreismittelpunkt zu bestimmen. Nun kommt aber erschwerend hinzu, dass die Autoren nicht in der Lage gewesen sind, ein regelmäßiges Fünfeck zu produzieren; Nachmessen der Winkel ergibt, dass die Winkel zwischen 103° und 115° liegen und der Umkreis durch drei Eckpunkte so aussieht:



Hier gibt es keinen Punkt im Innern, sodass eine Zerlegung in die zugehörigen Dreiecke eine Zerlegung in gleich große Teile ergibt, allerdings erkennen das Sechstklässler wohl ebensowenig wie die beteiligten Autoren, die ja offenbar der Meinung sind, das Problem ließe sich mit Falten ganz einfach lösen.

Manche Aufgaben sind auf allen Niveaus gleich, so zum Beispiel diejenige mit dem „Ein-Sechstel-Zwerg“:

Der „Ein-Sechstel-Zwerg“ hat ganze Arbeit geleistet und viele Zahlen bearbeitet. Füge die Zahlen so zusammen, dass immer die Zahl 6 herauskommt. Verbinde. Ein Zahl fehlt. Wie lautet sie?

36	6	12	72	30	18
	6	1	5	2	12

Der Sechstel-Zwerg hat nicht nur ganze Arbeit geleistet, sondern auch verschwiegen, was die Schüler jetzt tun sollen. Wenn eine 6 herauskommen soll, nimmt man dann die ersten beiden Zahlen und schreibt $36 : 6 = 6$? Das klappt auch mit den nächsten beiden: $72 : 12 = 6$. Aber wie bekommt man die 6 aus 30 und 18? Hat der Sechstel-Zwerg sich verrechnet?

Wenn man Sechstklässler lange genug nach dem Sinn der Aufgabe suchen lässt, kommen sie bestimmt irgendwann einmal darauf, dass die Aufgabe darin bestanden hat, die Zahlen oben durch 6 zu teilen und den Ergebnissen zuzuordnen. Anstatt das Rechnen zu üben, haben viele sich aber damit beschäftigt, herauszufinden, was der Aufgabensteller gemeint haben könnte. Vermutlich ist es auch ganz wichtig, Schüler gleich zu Beginn eines neuen Themas mit derartigen Aufgaben zu verunsichern – als Lehrer kann man mit solchen Reaktionen kreativ umgehen und sie als Chance begreifen. In diesem Sinne ist wohl auch die folgende Aufgabe auf grundlegendem Niveau zu verstehen:

Erweitere oder kürze auf Zehntel.
a) $\frac{3}{2}$; $\frac{6}{2}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{24}{7}$; $\frac{1}{1}$

Soll man hier auf Zehntel kürzen oder erweitern, oder soll man entweder irgendwie erweitern oder auf Zehntel kürzen? Wenn man aldas Geheimnis der Autoren.

3 Die Guten ins Töpfchen ...

Wenn man Binnendifferenzierung ernst nimmt, müssen Lehrer regelmäßig selektieren, also nachsehen, welche Aufgaben sie welchem Schüler geben sollen. Um den Lehrern die Entscheidung zu erleichtern, wen sie in die Gruppe der „Doofen“ (grundlegendes Niveau) oder in die der „Streber“ stecken, gibt es (ebenfalls von Klett) Tests zur Erfassung der Lernausgangslage. Die Zuteilung der Schüler auf die verschiedenen Niveaus wird anhand verschiedener Kriterien vorgenommen; eines davon hat mir besonders gut gefallen:

Erlangt ein Schüler die meisten Punkte auf Niveau Q (W), müssen bis zu 100% der Aufgaben auf Niveau G (Q) gelöst sein.

Auch die Einteilung der Schüler auf die verschiedenen Niveaus wird den Lehrern durch standardisierte Tests abgenommen, selbst wenn diese vermutlich eine Weile darüber nachdenken müssen, wie der Autor dieser Zeilen die Wörter „müssen“, „bis zu 100 %“ und „gelöst“ verstanden haben wollte.

4 Unterricht ade

Bis in die frühen 1990er hatten Gymnasiallehrer gute Schulbücher und haben, jeder auf seine Weise, versucht, den Stoff an ihre Schüler weiterzugeben. Danach wurden die Lehrer mit jeder Reform weiter entmündigt; man hat ihnen erklärt, dass es nicht darauf ankommt, *was* man als Schüler lernt, sondern vor allen Dingen darauf, *wie* man es lernt, nämlich am besten ohne Lehrer. Weiter als mit dem hier vorgestellten Unterricht auf verschiedenen Differenzierungsstufen kann man die Entmündigung der Lehrer kaum treiben: Deren Rolle beschränkt sich im Wesentlichen auf das Kopieren der Arbeitsblätter. Da stellt sich natürlich die Frage, ob man für eine solche Tätigkeit noch ein Universitätsstudium braucht. Ich befürchte, dass die Antwort darauf bereits in irgend einer Schublade des Ministeriums liegt.

Tatsächlich bildet der differenzierende Unterricht die Speerspitze der Kompetenzorientierung: Wenn man Bruchrechnen auch an Brüchen mit den Nennern 2, 4 und 5 lernen kann, warum sollen sich die Schüler dann mit Siebteln und Zwölfteln herumärgern? Warum sollte man das Kürzen von Brüchen an $\frac{12}{18}$ üben, wenn man als Schüler seine Fähigkeiten auch an $\frac{4}{6}$ oder gar $\frac{2}{3}$ demonstrieren kann? In meinen Augen ist die Binnendifferenzierung der neueste und sehr wahrscheinlich auch der letzte Angriff auf das Gymnasium, und es ist in der Tat nicht einzusehen, wozu man dann noch Gymnasiallehrer braucht – außer als Privatlehrer von Kindern, deren Eltern sich einen leisten können.

Postscriptum

Inzwischen erscheinen die ersten „differenzierenden“ Lehrwerke der Schulbuchverlage für die Klassen 5 und 6, denen man auf den ersten Blick ansieht, dass die Anforderungen, welche das Kopfrechnen und das schriftliche Rechnen betreffen, noch einmal deutlich nach unten korrigiert worden sind. Auch die Entmündigung der Lehrer, denen ja deutlich gesagt wird, was sie als einfache und was als schwere Aufgabe zu betrachten haben, wird konsequent vorangetrieben. In (FdM 6, S. 26) findet man etwa die Aufgabe, den Bruch anzugeben, der genau zwischen zwei Brüchen mit Hauptnenner 20 steht (etwa $\frac{2}{20}$ und $\frac{4}{20}$) steht, und als Hilfe ist daneben noch der Zahlenstrahl zwischen 0 und 1 in Zwanzigstelschritten aufgemalt. Diese Aufgabe ist durch einen fetten Punkt als schwierige Aufgabe gekennzeichnet. Fundament für die neue Bruchrechnung ist das kleine Einmaleins, das auf S. 58 in 12 Teilaufgaben geübt wird – die schwierigste ist $9 \cdot 9$, die Lösungen dieser Aufgaben findet man im Anhang des Buchs. Die schriftliche Division ist im Wesentlichen auf die Division durch einstellige Zahlen beschränkt, wenn auch einige wenige Aufgaben die Division durch zweistellige Zahlen verlangen, allerdings nur, wenn man die Aufgabe durch Kürzen auf eine Division durch eine einstellige Zahl reduzieren kann.

Neben einfachen (ohne Punkt) und schwierigen Aufgaben (mit Punkt) gibt es in (FdM 6) noch „Blütenaufgaben“, die durch bunte Blüten an-das Geheimnis der Autoren.

3 Die Guten ins Töpfchen ...

Wenn man Binnendifferenzierung ernst nimmt, müssen Lehrer regelmäßig selektieren, also nachsehen, welche Aufgaben sie welchem Schüler geben sollen. Um den Lehrern die Entscheidung zu erleichtern, wen sie in die Gruppe der „Doofen“ (grundlegendes Niveau) oder in die der „Streber“ stecken, gibt es (ebenfalls von Klett) Tests zur Erfassung der Lernausgangslage. Die Zuteilung der Schüler auf die verschiedenen Niveaus wird anhand verschiedener Kriterien vorgenommen; eines davon hat mir besonders gut gefallen:

Erlangt ein Schüler die meisten Punkte auf Niveau Q (W), müssen bis zu 100% der Aufgaben auf Niveau G (Q) gelöst sein.

Auch die Einteilung der Schüler auf die verschiedenen Niveaus wird den Lehrern durch standardisierte Tests abgenommen, selbst wenn diese vermutlich eine Weile darüber nachdenken müssen, wie der Autor dieser Zeilen die Wörter „müssen“, „bis zu 100 %“ und „gelöst“ verstanden haben wollte.

4 Unterricht ade

Bis in die frühen 1990er hatten Gymnasiallehrer gute Schulbücher und haben, jeder auf seine Weise, versucht, den Stoff an ihre Schüler weiterzugeben. Danach wurden die Lehrer mit jeder Reform weiter entmündigt; man hat ihnen erklärt, dass es nicht darauf ankommt, *was* man als Schüler lernt, sondern vor allen Dingen darauf, *wie* man es lernt, nämlich am besten ohne Lehrer. Weiter als mit dem hier vorgestellten Unterricht auf verschiedenen Differenzierungsstufen kann man die Entmündigung der Lehrer kaum treiben: Deren Rolle beschränkt sich im Wesentlichen auf das Kopieren der Arbeitsblätter. Da stellt sich natürlich die Frage, ob man für eine solche Tätigkeit noch ein Universitätsstudium braucht. Ich befürchte, dass die Antwort darauf bereits in irgend einer Schublade des Ministeriums liegt.

Tatsächlich bildet der differenzierende Unterricht die Speerspitze der Kompetenzorientierung: Wenn man Bruchrechnen auch an Brüchen mit den Nennern 2, 4 und 5 lernen kann, warum sollen sich die Schüler dann mit Siebteln und Zwölfteln herumärgern? Warum sollte man das Kürzen von Brüchen an $\frac{12}{18}$ üben, wenn man als Schüler seine Fähigkeiten auch an $\frac{4}{6}$ oder gar $\frac{2}{3}$ demonstrieren kann? In meinen Augen ist die Binnendifferenzierung der neueste und sehr wahrscheinlich auch der letzte Angriff auf das Gymnasium, und es ist in der Tat nicht einzusehen, wozu man dann noch Gymnasiallehrer braucht – außer als Privatlehrer von Kindern, deren Eltern sich einen leisten können.

Postscriptum

Inzwischen erscheinen die ersten „differenzierenden“ Lehrwerke der Schulbuchverlage für die Klassen 5 und 6, denen man auf den ersten Blick ansieht, dass die Anforderungen, welche das Kopfrechnen und das schriftliche Rechnen betreffen, noch einmal deutlich nach unten korrigiert worden sind. Auch die Entmündigung der Lehrer, denen ja deutlich gesagt wird, was sie als einfache und was als schwere Aufgabe zu betrachten haben, wird konsequent vorangetrieben. In (FdM 6, S. 26) findet man etwa die Aufgabe, den Bruch anzugeben, der genau zwischen zwei Brüchen mit Hauptnenner 20 steht (etwa $\frac{2}{20}$ und $\frac{4}{20}$) steht, und als Hilfe ist daneben noch der Zahlenstrahl zwischen 0 und 1 in Zwanzigstelschritten aufgemalt. Diese Aufgabe ist durch einen fetten Punkt als schwierige Aufgabe gekennzeichnet. Fundament für die neue Bruchrechnung ist das kleine Einmaleins, das auf S. 58 in 12 Teilaufgaben geübt wird – die schwierigste ist $9 \cdot 9$, die Lösungen dieser Aufgaben findet man im Anhang des Buchs. Die schriftliche Division ist im Wesentlichen auf die Division durch einstellige Zahlen beschränkt, wenn auch einige wenige Aufgaben die Division durch zweistellige Zahlen verlangen, allerdings nur, wenn man die Aufgabe durch Kürzen auf eine Division durch eine einstellige Zahl reduzieren kann.

Neben einfachen (ohne Punkt) und schwierigen Aufgaben (mit Punkt) gibt es in (FdM 6) noch „Blütenaufgaben“, die durch bunte Blüten anstatt durch a), b), c) usw. gekennzeichnet sind: „*Hier kannst du selbst entscheiden, in welcher Reihenfolge du die Teilaufgaben lösen willst*". Und für die ganz Schlauen gibt es am Ende jeder Lerneinheit einen „Ausblick": *Die letzte Aufgabe in der Lerneinheit ist die schwierigste. Viel Spaß beim Knobeln.* Der Ausblick der ersten Lerneinheit verlangt, etwa bei dem Bruch $\frac{13}{5}$, „*den Zähler durch den Nenner*" zu teilen, wobei der Schüler die Hilfestellung erhält, dass manchmal ein Rest bleibt. Vermutlich besteht die Knobelaufgabe darin, herauszufinden, was es bei der Division 13 : 5 zu knobeln gibt. Und in der Ausblicksaufgabe (FdM 6, S. 119) zur Division von Brüchen ist so etwas wie der Anflug einer Selbsterkenntnis versteckt, beginnt sie doch so:

„*Samuel findet in einem alten Mathematikbuch einen Doppelbruch* $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}}$".

Auch in (FdM 7) gibt es Ausblicksaufgaben zum Knobeln, etwa auf S. 75, wo man der Variablen b im Term $2 \cdot b$ den Wert zuweisen soll, für den der Term den Wert 10 hat. Und wer immer noch nicht glaubt, wie verkommen die deutsche Lehrbuchkultur inzwischen ist, findet in (FdM 7, S. 95) eine Erklärung des sogenannten „Deppendreiecks", das den Gymnasiasten, die von der Multiplikation einer Gleichung mit t überfordert sind, das Umstellen der Formel $v = \frac{s}{t}$ nach s oder t erleichtert.

Literatur

Fundamente der Mathematik 6, Cornelsen 2015

Fundamente der Mathematik 7, Cornelsen 2016

Lambacher Schweizer 7, Klett Verlag 2016

Kontakt

Franz Lemmermeyer
Mörikeweg 1
73489 Jagstzell

hb3@ix.urz.uni-heidelberg.de

Eingegangen: 15. Juni 2017 / Angenommen: 13. Januar 2018 / Online publiziert: 13. Juni 2018
Gesellschaft für Didaktik der Naturwissenschaften und der Mathematik (GdNM)