Journal für Didaktik der Biowissenschaften (F) 3, (2012)

Die Folgen der Kompetenzorientierung im Fach Mathematik

The consequences of competence orientation in maths

Hans Peter Klein und Thomas Jahnke

Zusammenfassung
Im Rahmen einer Untersuchung von kompetenzorientierten Aufgabenstellungen im Zentralabitur, die mittlerweile in vielen Bundesländern eingesetzt werden, wurden beispielhaft eine Analysis-Aufgabe im Fach Mathematik von 2008 sowie als Kontrolle eine Abituraufgabe aus dem gleichen Aufgabenbereich vor der Einführung des Zentralabiturs von 2006 in NRW den Schülerinnen und Schülern[1] einer 11. Klasse eines Gymnasiums (G 9) zur Bearbeitung vorgelegt. In der Zentralabituraufgabe erreichten von 18 Schülern bis auf zwei Schüler alle anderen zumindest ausreichende Leistungen, während in der Kontrolle in der gleichen Klasse von den an diesem Tag anwesenden 22 Schülern 21 scheiterten, davon 63% mit der Note ungenügend. Durch Analyse der Aufgabenstellung konnte gezeigt werden, dass es für das Erreichen ausreichender Leistungen in kompetenzorientierten Aufgabenstellungen auch im Fach Mathematik im Zentralabitur genügt, mit einer Mischung aus Alltagswissen und einer gewissen Cleverness zumindest einige der Teilfragen entsprechend dem genau vorgegebenen Erwartungshorizont zu lösen, da dazu die notwendigen Informationen im Arbeitsmaterial zur Aufgabenstellung enthalten sind. Ein grundlegendes mathematisches Fachwissen braucht der Schüler hier nicht einzubringen. Die Kontrolluntersuchung führte im Gegensatz dazu zu dem Ergebnis, dass Schüler der Jahrgangsstufe 11 aufgrund des deutlich höheren mathematischen Anspruchs der Aufgabenstellung vor der Einführung des Zentralabiturs keine ausreichenden Leistungen erzielen konnten, da ihnen die notwendigen mathematischen Kenntnisse dafür weitgehend fehlten. Als Konsequenz dieser Untersuchung ist eine Nivellierung der Ansprüche auch in kompetenzorientierten Aufgaben im Zentralabitur in Mathematik festzustellen.

Schlüsselwörter: Kompetenzorientierung – Lesekompetenz – Alltagswissen – mathematischer Anspruch – Nivellierung der Ansprüche.

[1] Aus Einfachheitsgründen sind mit dem Begriff Schüler im Folgenden immer Schüler und Schülerinnen gemeint

Abstract
New competency-based examinations have recently been introduced in many federal states in Germany. In order to test the effectiveness of these new style examinations, 11th grade students (age 16 years) were asked to complete analysis tasks in maths without having been taught the topic of the exam. The tasks in the questions were examples taken from the new exam of the Zentralabitur in the federal state NRW, which is usually written by students in Grade 13 when they are aged 18-19 years. As a comparative test, these students were also asked to complete analysis tasks taken from exams written before the introduction of this Zentralabitur. Only two students out of a total of 18 failed the newly introduced competency-based task exam. The results from the comparative exam revealed that - with one exception - the students were unable to achieve a sufficient grade. Sixty three per cent out of a total of 22, who were present at that day, achieved the lowest grade, “ungenügend” (6) on the typical German 6-scale grading. This was because the students were unable to answer the questions. Furthermore, the evaluation of the competency-based tasks and additional work sheet material provided showed that most of the information necessary to answer the questions correctly was provided for the students, in detailed descriptions, figures and tables. Thus, reading competence and everyday knowledge, not mathematical understanding, was entirely sufficient to fulfil most of the tasks successfully. Even basic mathematical knowledge was redundant. On the other hand, this study has demonstrated that 11th graders are not able to cope with the much more challenging mathematical tasks dating from the time before the introduction of competency based learning. Hence the study has revealed that this kind of competence orientation applied to the Zentralabitur evidently achieves a levelling effect, even in mathematics.

Key words
Competence orientation - competency-based tasks - everyday knowledge - reading competence - levelling effect.

1. Fragestellung

Zusammen mit der Einführung von Bildungsstandards und Kompetenzorientierung in die Schulen hat in den letzten Jahren auch eine Umstellung des Zentralabiturs auf kompetenzorientierte Aufgabenstellungen in vielen Bundesländern Einzug gehalten. Jedes Jahr kann man nach dem Abitur der einschlägigen Presse entnehmen, dass die Durchfallquoten drastisch gesunken sind und dass immer mehr Schüler immer bessere Noten in diesen Prüfungen erzielen. Sind nun tatsächlich die heutigen Schüler wesentlich leistungsfähiger geworden als noch vor Jahren oder Jahrzehnten, wie von führenden Vertretern dieser neuen Maßnahmen behauptet wird (Tenorth 2012)? „Wer dahinter eine Bildungsinflation vermutet, der versuche sich an den Abituraufgaben seiner Kinder" beruhigt die Wochenzeitschrift „Die ZEIT" in der Ausgabe vom 6. September 2012 die Leser auf ihrer Titelseite (Kerstan 2012). Andererseits werden die Stimmen immer lauter, die einer immer größeren Anzahl von Studierenden insbesondere aufgrund mangelnder fachlicher Kenntnisse die Studierfähigkeit absprechen. Sind diese in kürzester Zeit ausgewiesenen Erfolge nun tatsächlich der Umstellung des Unterrichts auf Kompetenzorientierung zu verdanken oder sind sie Folge einer deutlichen Absenkung insbesondere der fachlichen Ansprüche?

Erste Zweifel an diesen Erfolgsmeldungen traten nach der Untersuchung einer Leistungskurs Biologie Zentralabiturarbeit auf, bei der die Schülerinnen und Schüler einer 9. Klasse die gestellten Aufgaben ohne große Probleme lösen konnten, teilweise sogar mit guten und sehr guten Noten (Klein 2010). Möglich war dies durch das umfangreiche Arbeitsmaterial, aus dem nahezu alle Antworten für das erfolgreiche Beantworten der Fragen zu entnehmen waren. Sinnentnehmende Lesekompetenz reichte hier nahezu vollständig aus, um diese Art kompetenzorientierter Aufgabenstellungen kompetent zu lösen, Fachwissen war dazu nicht erforderlich, teilweise reichte sogar das bloße Ab- oder Umschreiben der im Arbeitsmaterial vorgegebenen Informationen. Nun wurde von den Befürwortern der Kompetenzorientierung behauptet, dass dies ein bedauernswerter Ausnahmefall im Fach Biologie in einem bestimmten Bundesland sei und dass dies in anderen Fächern gar nicht möglich sei, schon gar nicht im Fach Mathematik. Dies schien auch den Verfassern dieses Artikels glaubhaft, wie solle man schließlich komplexe Analysisaufgaben mit Lesekompetenz meistern können.

Fachlehrerinnen und -lehrer in Mathematik dagegen äußeren zunehmend Kritik an den neuen kompetenzorientierten Aufgabenstellungen in zentralen Prüfungen und speziell im Zentralabitur: Auch in Mathematik sei ein fundiertes mathematischen Wissen als Voraussetzung für das erfolgreiche Lösen derartiger Aufgaben kaum noch erforderlich. Da dies ungleich schwerer vorstellbar ist als im Fach Biologie, sollte überprüft werden, inwieweit auch im Fach Mathematik bisherige Qualitätsstandards beibehalten wurden. Die mit den beteiligten Fachlehrerinnen und Fachlehrern ausgewählte Vorgehensweise sah vor, den Schülern der Jahrgansstufe 11 zu Beginn des 2. Halbjahres in G 9 (9 Jahre Gymnasium, NRW) im Rahmen einer Vorbereitungsklausur auf das Abitur die komplette Aufgabenstellung aus dem Pflichtbereich Analysis einer Mathematik-Grundkursklausur des Zentralabiturs von 2008 unter Einhaltung der Regularien der Zentralabiturprüfungsordnung zur Bearbeitung vorzulegen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass sich Grundkurs(Gk)- und Leistungskursklausuren (Lk) in erster Linie im Umfang unterscheiden, ansonsten die Lk-Klausuren Aufgabenstellungen aus den Gk-Klausuren aufgreifen und erweitern. Als Kontrolle wurde ebenfalls eine Analysisaufgabe aus einem früheren Jahrgang vor Einführung des Zentralabiturs den gleichen Schülern zur Bearbeitung vorgelegt, die von einem Fachlehrer selbst erstellt und vom zuständigen Dezernat in der Bezirksregierung entsprechend den damaligen Vorgaben genehmigt worden war. Die Frage lautete also: Sind Schüler der Jahrgangsstufe 11 in der Lage, ohne mathematische Kenntnisse aus der Jahrgangsstufe 12 und 13 eine Analysisaufgabe aus dem Zentralabitur (2008) erfolgreich zu bearbeiten?

Die Schüler erhielten keinerlei vorbereitende Übungsaufgaben und wurden auch nicht mit Probeklausuren in die Geheimnisse kompetenzorientierter Aufgabenstellungen eingeweiht, wie dies als Abiturvorbereitung in Form eines „teaching to the test" in der Schlussphase von 13.2 (G9) bzw. 12.2 (G 8) derzeit üblich und gewünscht ist.

Da die Schüler beide Aufgabenstellungen an unterschiedlichen Tagen zur Bearbeitung vorgelegt bekamen, sind die Schülerzahlen in den nachfolgenden Grafiken unterschiedlich, da bei der Bearbeitung der Kontrollaufgabe 18 Schüler, bei der Bearbeitung der Aufgabenstellung aus der Zentralabiturarbeit 22 Schüler anwesend waren.

2. Ergebnisse

2.1. Mathematikabitur Grundkursaufgabe Analysis vor Einführung des Zentralabiturs durchgeführt in der Jahrgangsstufe 11 (G 9).

Bei der Grundkursklausur vor der Einführung des Zentralabiturs in der Jahrgangsstufe 11 ergab sich folgende Notenverteilung (Tabelle 1).

Von den 22 Schülern, die am Tag der Aufgabenbearbeitung anwesend waren, erreichten 14 Schüler die Note „ungenügend“, 4 Schüler die Note „mangelhaft“, 3 Schüler die Note „mangelhaft plus“ und eine Schüler die Note „gut minus“. Es bleibt festzuhalten, dass die Schüler mit einer einzigen Ausnahme keine ausreichenden Leistungen zustande brachten, sogar 63% mit der Note „ungenügend“ abschlossen, 32% mit der Note „mangelhaft“.

2.2. Mathematikabitur Grundkursaufgabe Analysis nach Einführung des Zentralabiturs durchgeführt in der Jahrgangsstufe 11 (G9)

Bei der Grundkursklausur des Zentralabiturs 2008 mit kompetenzorientierten Aufgabenstellungen in der Jahrgangsstufe 11 ergab sich die nachfolgende Notenverteilung (Tabelle 2).

Von 18 Schülern erreichten zwei Schüler die Note „befriedigend“, sechs Schüler ein „ausreichend plus“, vier Schüler ein „ausreichend“, vier Schüler ein „ausreichend minus“ und zwei Schüler ein „mangelhaft plus“.

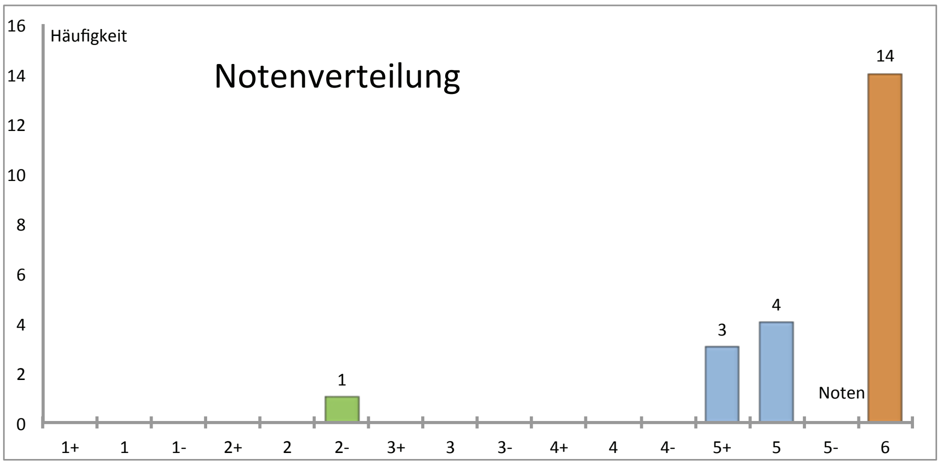


Tabelle 1: Notenverteilung im Pflicht-Aufgabenteil Analysis vor Einführung des Zentralabiturs bei Schülern in der Jahrgangsstufe 11 (G 9)

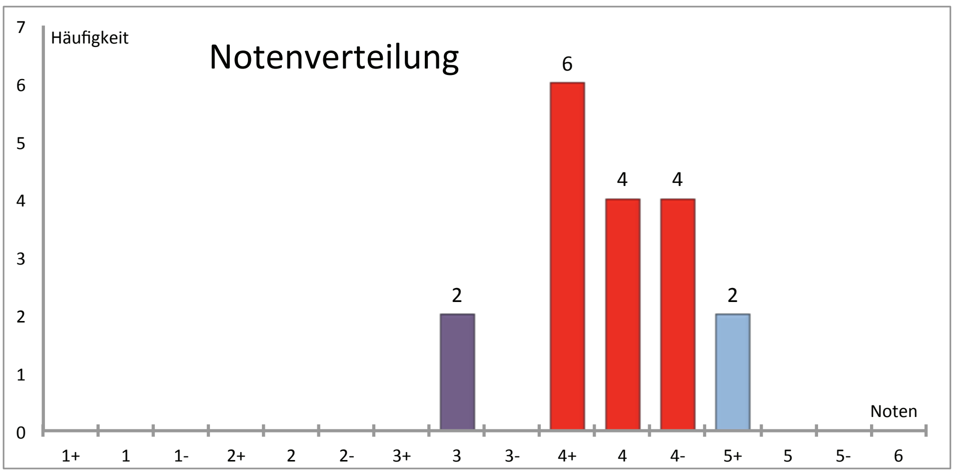


Tabelle 2: Notenverteilung im Pflicht-Aufgabenteil Analysis im Zentralabitur mit konzorientierten Aufgabenstellungen bei Schülern in der Jahrgansstufe 11 (G 9)

Die Aufgaben (Breitenfeld et al. 2008):
Ein Radsportler setzt zur Belastungskontrolle während des Trainings ein Pulsmessgerät ein, das die momentane Herzfrequenz des Sportlers aufzeichnet. Die aus den ermittelten Werten erstellte Herzfrequenzkurve eines 30-minütigen Trainingsabschnitts kann annähernd durch den Graphen der Funktion f (siehe Abbildung 1) mit $f(t) = 0{,}03 \cdot t^3 - 1{,}5 \cdot t^2 + 21 \cdot t + 80, \quad 0 \le t \le 30,$ dargestellt werden.

Dabei wird die Zeit t in Minuten (min) seit dem Start (t=0) und die Herzfrequenz f(t) in Schlägen pro Minute (S/min) angegeben. (Zur Information: Für die Maßzahl der maximalen Herzfrequenz eines Mannes gilt ungefähr: 220 – Lebensalter.)

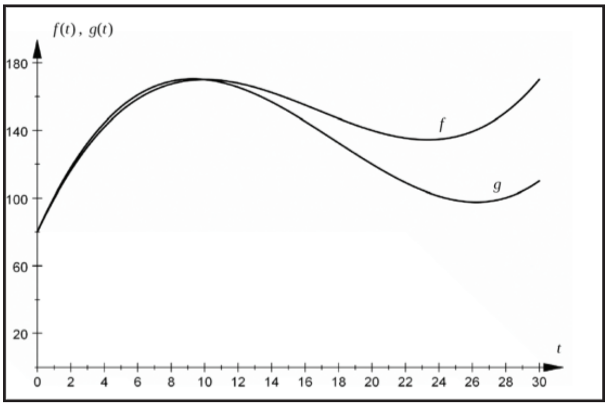


Abbildung 1: Herzfrequenz zweier Sportler in Abhängigkeit von der Trainingsdauer.

a) Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen der Funktion f im Sachzusammenhang. Begründen Sie, dass die Funktion f für einen längeren, über t=32 hinausgehenden Trainingsabschnitt keine sinnvolle Beschreibung der Herzfrequenzwerte liefern kann. (10 Punkte)

b) Der Trainer hatte dem Sportler vorgegeben, nach einer Einstiegsphase von 5 Minuten seine Herzfrequenz f(t) während des restlichen Trainingsabschnitts zwischen 130 S/min und 180 S/min zu halten. Untersuchen Sie rechnerisch, ob die Vorgabe des Trainers eingehalten wurde. (10 Punkte)

c) Ermitteln Sie den Zeitpunkt des Trainingsabschnitts, zu dem die Herzfrequenz des Sportlers am stärksten abnahm. (7 Punkte)

d) Ermitteln Sie die Anzahl aller Herzschläge in den ersten k Minuten des Trainingsabschnitts in Abhängigkeit von k. Berechnen Sie die Anzahl aller Herzschläge des Sportlers während des gesamten Trainingsabschnitts. (11 Punkte)

e) Die Herzfrequenzkurve eines Trainingspartners kann während desselben Trainingsabschnitts durch den Graphen der Funktion g mit $g(t) = 0{,}03 \cdot t^3 - 1{,}6 \cdot t^2 + 22 \cdot t + 80, \quad 0 \le t \le 30,$ angenähert werden.

Bestimmen Sie rechnerisch die Zeitintervalle des Trainingsabschnitts, in denen die Herzfrequenzwerte f(t) des Radsportlers größer bzw. kleiner als die Herzfrequenzwerte g(t) seines Trainingspartners waren. Bestimmen Sie rechnerisch den Zeitpunkt, zu dem der Unterschied zwischen den Herzfrequenzwerten der beiden Sportler am größten war. (12 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

3. Analyse der Aufgabenstellung und des Arbeitsmaterials

Das Ergebnis war deutlich: 21 von 22 Schülern scheiterten an der älteren Aufgabe; sieben Schüler mit der Note „mangelhaft“ und 14 Schüler mit „ungenügend“. In der Zentralabiturarbeit dagegen erreichten 16 von 18 Schülern zumindest ausreichende Leistungen, nur zwei Schüler kamen über die Note „mangelhaft plus“ nicht hinaus. Um die Frage, wie dieser deutliche Unterschied zu erklären ist, beantworten zu können, werden im Folgenden die Aufgabenstellungen und der jeweilige Erwartungshorizont analysiert.

3.1. Analyse der Aufgabe aus dem Zentralabitur 2008

In der Teilaufgabe a) soll der Verlauf des Graphen der Funktion f im Sachzusammenhang beschrieben und zusätzlich begründet werden, dass die Funktion f für einen längeren, über t = 32 hinausgehenden Trainingsabschnitt keine sinnvolle Beschreibung der Herzfrequenzwerte liefern kann. Für den Erhalt der vollen Punktzahl reicht es dem Erwartungshorizont zufolge aus, wenn der Schüler dem Arbeitsmaterial die folgenden Sachverhalte entnimmt: Der Radsportler startet mit einer Pulsfrequenz von etwa 80 Schlägen pro Minute (t = 0 in die Gleichung einsetzen oder am Graphen ablesen). Nach etwa 10 Minuten steigt die Pulsfrequenz aufgrund der zunehmenden Belastung auf ca. 170 Schläge pro Minute an. In den nachfolgenden Minuten sinkt die Herzfrequenz wieder auf ca. 140 Schläge pro Minute und steigt gegen Ende der Belastungsphase erneut auf ca. 170 Schläge pro Minute. Die Begründung, dass die Funktion f über einen längeren, über t=32 hinausgehenden Trainingsabschnitt keine sinnvolle Beschreibung der Herzfrequenzwerte liefern kann, ist im Arbeitsmaterial vorgegeben: Die maximale Herzfrequenz ist mit „220 – Lebensalter“ angegeben. Bei 32 Minuten – eine Rechnung dazu ist nicht erforderlich, es genügt eine zeichnerische Verlängerung der Kurve f mit dem Lineal – liegt die Herzfrequenz bei ca. 200 Schlägen pro Minute. Eine weitere Steigerung des Graphen der Funktion f würde ein weiteres Ansteigen der Herzfrequenz bedeuten und stellt daher keine sinnvolle Beschreibung der Herzfrequenzwerte dar. Ebenso und fast noch einfacher könnte man argumentieren, dass beim Einsetzen sehr hoher Werte für t die Funktion zu f(t) offensichtlich gegen unendlich geht, das Herz aber kaum unendlich schnell schlagen kann. Ein cleverer Schüler kann auch herausfinden, wie alt der Fahrer nach den vorgegebenen Informationen ist: 20 Jahre (220 – 20 = 200). Für die Lösung dieser Teilaufgabe a) sind also weder Rechenoperationen durchzuführen noch ist ein Alltagswissen einzubringen, weil selbst dies im Arbeitsmaterial zur Aufgabenstellung vorgegeben ist. Grundkenntnisse aus der Analysis sind hier nicht erforderlich.

In Teilaufgabe b) soll überprüft werden, ob es dem Sportler gelungen ist, die Vorgabe des Trainers einzuhalten, seine Herzfrequenz in dem vorgegebenen Intervall [130;180] zu halten. In der Realität wird es einem Sportler kaum gelingen, seine Herzfrequenz so zu regulieren, dass gerade eine ganzrationale Funktion dritten Grades entsteht. Rechnerisch soll nun nachgewiesen werden, was man unmittelbar am Graphen ablesen kann, dass die Funktion f nämlich auf dem Intervall [5;30] nach unten durch 130 und nach oben durch 180 beschränkt ist. Dies kann man mit Mitteln der Analysis (die Musterlösung bestimmt dazu die Extremwerte und die Randwerte der Funktion auf dem betrachteten Intervall.); man kann aber auch direkt überprüfen, ob die Ungleichung $50 \leq 0{,}03\, t^3 - 1{,}5t^2 + 21t \leq 100$ auf dem Intervall [0;30] gilt, wozu man notfalls den mittleren Term an den ganzzahligen Stellen von 5 bis 30 berechnet oder Kenntnisse über ganzrationale Funktionen dritten Grades ins Feld führt. In Teilaufgabe c) wird nun die Vorgabe, dass man rechnerisch vorzugehen habe, fallen gelassen. Es genügt also den fraglichen Zeitpunkt am Funktionsgraphen abzulesen. Bei Teilaufgabe d) wird man die Werte der Funktion an den ganzzahligen Stellen von 0 bis 30 aufaddieren, wenn der Herzfrequenzplotter dem Sportler und seinem Trainer diese Aufgabe nicht abnimmt. Die Schüler der Jahrgangsstufe 11.2, die noch keine Integralrechnung durchgearbeitet haben, haben die fragliche Summe berechnet: 11 Punkte. Dass man statt zu addieren, auch den recht anspruchsvollen Begriff des Riemannschen Integrals bemühen kann, wie es die Musterlösung vorsieht, soll nicht verschwiegen werden, auch wenn dieses Verfahren nicht zu einem korrekteren Ergebnis führen kann. Es ist übrigens kaum vorstellbar, dass ein Herzfrequenzplotter nicht auch die Anzahl der Herzschläge ausgibt. Der Aufgabenteil e) schließlich, über dessen Realitätsnähe man besser nicht nachdenkt, erfordert mathematisch eine ganzrationale Funktion zweiten Grades zu betrachten. Wer dies mit den mächtigen Mitteln der Analysis täte, hätte diese kaum verstanden. Zusätzlich trivialisiert werden die Anforderungen dadurch, dass im Erwartungshorizont ausdrücklich vorgegeben ist, dass der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg nicht identisch mit der Modelllösung sein muss und dass sachlich richtige Alternativen mit der entsprechenden Punktzahl zu bewerten sind, was zulässt, die Aufgaben auch ohne die Mittel der Analysis zu behandeln.

Aus mathematikdidaktischer Sicht ist hervorzuheben, dass diese Aufgabe weder die Anwendung noch die Mathematik ernst nimmt: Einerseits ist kaum vorstellbar, dass ein Sportler oder sein Trainer, die über einen derartige Herzfrequenzplotter verfügen, aus den Messwerten mit mathematisch aufwändigen Interpolationsverfahren einen diese Werte approximierenden Funktionsterm (zufällig dritten Grades) bestimmen, um dann mit dessen Hilfe Fragen zu beantworten, die sie unmittelbar an den Graphen ablesen können. Verfügten sie aber über entsprechende Software, die die Interpolation vornimmt, dann würde diese mit Sicherheit auch Antworten auf alle in der Aufgabe aufgeworfenen Teilfragen auf Knopfdruck ausspucken. Andererseits ist das Gebiet der Analysis, eine der großen Leistungen des menschlichen Geistes, nicht geschaffen worden, um elementare Fragen zu ganzrationalen Funktionen dritten Grades zu beantworten; derartige Probleme wusste man schon lange vor der Analysis befriedigend zu lösen. Mutter solcher Aufgaben ist weder die Realität noch die Mathematik: es ist die kompetenzorientierte Aufgabenstellung des Zentralabiturs.

3.2. Vergleich mit der Kontrollaufgabe von 2006

Ob es sich bei der alten Vor-Zentralabituraufgabe um eine gute Aufgabe handelt, auch was deren Realitätsgehalt anlangt, sei dahingestellt. Sie ist in jedem Fall deutlich anspruchsvoller, was den Funktionstyp (gebrochenrationale Funktion mit einem Scharparameter, trigonometrische Funktion) anbelangt. Sie erfordert die Kenntnis von und den Umgang mit Begriffen wie Symmetrie, Nullstelle, Asymptote, Verhalten im Unendlichen, Hochpunkt, Wendepunkt, dritte Ableitung, Scharparameter und Approximation. Vom technischen Arbeiten wie vom mathematischen Verständnis her (z.B. bei den in den Aufgabenteilen d) und e) geforderten Begründungen) sind die Anforderungen deutlich höher als bei der Zentralabituraufgabe, was auch die Schülerergebnisse deutlich belegen. Insgesamt weist die Aufgabenstellung sowohl einen klaren mathematischen Anspruch auf als auch Fragestellungen zu verschiedenen Anforderungsbereichen I-III auf. Trigonometrische Funktionen kommen in der Regel im Zentralabitur nicht mehr vor. Ebenso bleiben anspruchsvollere Lösungsverfahren zur Integration völlig unberücksichtigt, die in den alten Aufgabenstellungen verpflichtend waren.

Bei den neuen Aufgabenstellungen scheitern allerdings viele Schüler an der ungewohnten Art der Fragestellung, die durch den Einsatz von Distraktoren gekennzeichnet sind, welche die Bearbeitungsrichtung kaum erkennen lassen, ein Phänomen, das typisch für viele kompetenzorientierte Aufgabenstellungen auch in anderen Fächern zu beobachten ist: Umständliche Fragestellungen werden als Ablenker benutzt und sollen den Fragestellungen einen inhaltlichen Schwierigkeitsgrad vortäuschen, der nicht vorhanden ist. Die Kommentare und Fragen nach den landesweit durchgeführten Abituren in den einschlägigen communities sind in vielen Fächern nahezu gleichlautend: ohne mathematischen Anspruch, reines Ab- oder Umschreiben vorgegebener Texte, grundlegende Wissensbestände sind nicht erforderlich, habe mehr Text als in meiner Englischklausur geschrieben, wozu haben wir überhaupt wochenlang vor dem Abitur gelernt, fragen sich viele Schüler entnervt. Hinter teilweise unverständlichen Fragenformulierungen vermuten gute und sehr gute Schüler schwierige Sachverhalte, die nicht vorhanden sind. Als herausragendes Beispiel dafür kann in dieser Untersuchung der Schüler gelten, der in der Untersuchung absolut aus dem Rahmen fällt: Schaut man sich das Abschneiden dieses Schülers in der Zentralabiturklausur und der Kontrolle näher an, erreicht er aufgrund sehr guter Mathematikkenntnisse (nach Auskunft seines Lehrers) als einziger die Note „gut“ in der

Die Aufgaben (Kontrollaufgabe 2006):

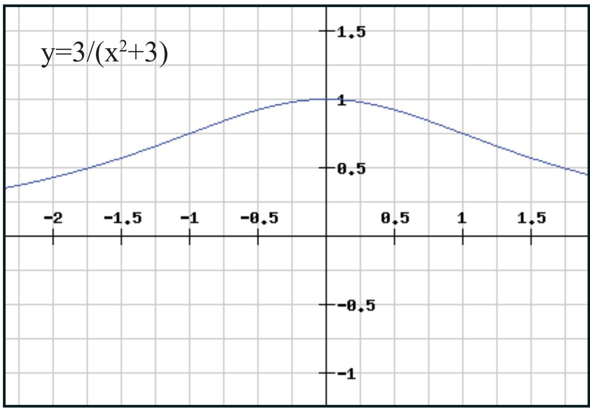
Eine Funktionenschar ist gegeben durch $\int_{r}(x) = \frac{3t}{x^2 + 3t^2}$ mit IR und t > 0.

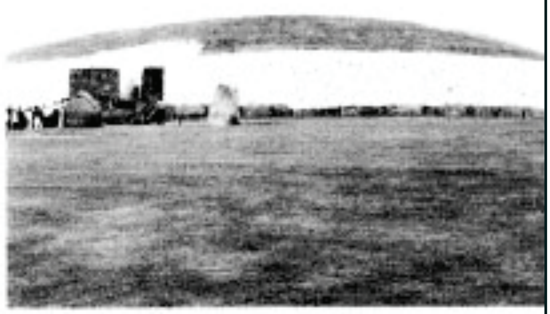
a) Untersuchen Sie die Funktion auf Symmetrie und Nullsteilen sowie das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
Geben Sie dann die waagerechte Asymptote an!

b) Weisen Sie nach, dass jeder Graph der Schar genau einen Hochpunkt hat und berechnen Sie desen Koordinaten!

c) Berechnen Sie die Koordinaten der Wendepunkte! Auf die dritte Ableitung kann verzichtet werden!

Die Funktion (Abbildung 2) beschreibt für t = 1 in etwa einen Querschnitt des hier abgebildeten megalithischen Grabhügels (Newgrange - Rekonstruktion, Irland; Alter ca. 5000 Jahre)





Quelle: eigenes Foto

Abbildung 2: Gegenüberstellung von mathematischer Funktion und Realabbildung eines Grabhügls

d) Übertragen Sie die Skizze für t = 1 in ein Koordinatensystem.
Zeichnen Sie dann die Graphen für t = 2 und t = 0,5 in das gleiche Koordinatensystem ein; 1LE = 2cm; $x \in [-3;3]$ Begründen Sie, dass t ein Parameter für die Erosion ist!

e) Begründen Sie, dass die Funktion g(x) = cos(0,75x) eine gute Approximation von $\int_{1}(x)$ im „Kuppelbereich“ des Grabes im Intervall $[-1;1]$ ist. Bestimmen Sie mit Hilfe von $g(x)$ die Maßzahl der Querschnittsfläche auf eine Dezimalstelle genau!

alten Abituraufgabe (siehe Tabelle 1), während der gleiche Schüler in der von nahezu allen höheren Schwierigkeitsgraden befreiten Aufgabe im Zentralabitur nur die Note „ausreichend“ erhält. Auf Befragen äußerte der Schüler sich wie folgt: Er fühle sich durch das neue Aufgabenformat extrem „verarscht“. Er hätte nicht glauben können, dass die ZA-Abituraufgabe fast ausnahmslos triviale mathematische Lösungen verlangt und hätte nach versteckten inhaltlichen Schwierigkeiten gesucht. Zudem habe er Probleme damit gehabt, die teilweise kompliziert und ungenau formulierten Aufgabenstellungen in ihrem Sinngehalt überhaupt zu verstehen.

4. Zusammenfassung und Ausblick

Die vorgestellten Ergebnisse zeigen eindeutig, dass bei der Konstruktion der neuen kompetenzorientierten Aufgabenstellungen mathematische Leistungen einer von Distraktoren beherrschten Alltagsmathematik geopfert werden. Während vor der Einführung des Zentralabiturs gebrochenrationale Funktionen mit Scharparametern Standardaufgaben waren, kommen diese in den Zentralabituraufgabenstellungen in der Regel nicht mehr vor. Sollte eine Aufgabenstellung mit gebrochen rationalen Funktionen trotzdem vorkommen, dann auf jeden Fall ohne Scharparameter. Da aber in einigen Bundesländern mittlerweile zwei leichtere Aufgaben (ganzrationale aus der Jahrgangsstufe Klasse 11 – früher ausgeschlossen - und e-Funktionen) zur Verfügung stehen, braucht der Lehrer das Kapitel der gebrochenrationalen Funktionen eigentlich überhaupt nicht zu thematisieren (im Grundkursabitur erhalten die Schüler zwei vom Lehrer ausgewählte Aufgaben aus acht, im Leistungskurs sind drei Aufgaben aus neun zu bearbeiten).

Als Folge der Kompetenzorientierung können sich gute und sehr gute Schüler kaum noch auszeichnen, während umgekehrt an den verwendeten Fragestellungen niemand mehr scheitern kann, ein Effekt, der den Erstellern durchaus bekannt und anscheinend politisch gewollt ist, wie viele Lehrer derzeit entnervt feststellen müssen.

Zusammenfassend lässt sich die eingangs erwähnte Fragestellung wie folgt beantworten: Die sowohl qualitativ als auch quantitativ deutlich verbesserten Schülerleistungen sind auch im Fach Mathematik durch eine Nivellierung der Ansprüche erreicht worden. Eine Kohärenz zwischen der im Rahmen der Kompetenzorientierung betriebenen Alltagsmathematik und der universitären Mathematik besteht nicht mehr. Von einer angemessenen Vorbereitung auf ein mögliches Universitätsstudium kann keine Rede mehr sein. Darauf weisen auch die derzeit hohen Durchfallquoten im Fach Mathematik (und insbesondere dort in der Lehrerausbildung) und in den Ingenieurwissenschaften hin. So stellt der Präsident der deutschen Hochschulrektorenkonferenz, Horst Hippler (2012), im FOCUS fest, dass in der Mathematik wichtige elementare Inhalte entweder komplett abgeschafft wurden oder nur noch kursorisch behandelt werden.

Auf die Frage des „warum“ ist die Antwort eindeutig: „Weil man den Stoff und die Intensität verringern muss, damit ein größerer Anteil der Bevölkerung zum Abitur kommt. Das Abitur ist inzwischen nur noch eine notwendige Voraussetzung für ein Studium, aber nicht mehr eine hinreichende“. Dies ist auch den Verantwortlichen längst klar geworden, was an den derzeit vom BMBF in Millionenhöhe aufgewendeten Mittel unter dem Stichwort „Qualitätspakt Lehre“ deutlich wird, mit denen die Hochschulen durch zusätzlich finanzierten Personaleinsatz in die Lage versetzt werden, nicht-studierfähigen Abiturienten in Brückenkursen eine Art Nachhilfeunterricht insbesondere in den fachlichen Grundlagen zu erteilen, damit sie auf ein angemessenes Niveau für die Aufnahme eines Studiums gebracht werden, um nicht gleich frühzeitig zu scheitern.

Man kann nur hoffen, dass die Lehrer entgegen den Vorgaben weiterhin einen inhaltlich anspruchsvollen Mathematikunterricht bzw. Fachunterricht erteilen; weitere Untersuchungen deuten darauf hin, dass die aufgezeigten Entwicklungen auch auf andere Fächer zutreffen. Wenn die Lehrer nur das unterrichteten, was in den neuen Zentralabituraufgaben mathematisch verlangt wird, werden Studienanfänger die Leidtragenden sein, die sich an der Universität mit einer Mathematik konfrontiert sehen, auf die sie an der Schule nicht vorbereitet wurden. Zudem werden auch für andere Fächer die erforderlichen mathematische ‚Kompetenzen‘ nicht mehr bereitgestellt. Schließlich leidet auch der mathematische Beitrag zur Allgemeinbildung, wenn die Schule sich auf eine prätendierende „Als-ob-Mathematik“ konzentriert.

Literatur

Breitenfeld, G., Kompernaß, H. (2008). Abitur 2008. Prüfungsaufgaben und Lösungen, Abi turprüfung Nordrhein-Westfalen. Stark-Verlag, Hallbergmoos

Hippler, H. (2012). Das Abitur genügt nicht. FOCUS 28, 09.07.2012, S. 26

Kerstan, T. (2012). Lasst sie in Ruhe! DIE ZEIT 37, 06.09.2012, Titelseite

Klein, H. P. (2010). Die neue Kompetenzorientierung: Exzellenz oder Nivellierung. Journal für Didaktik der Biowissenschaften (JfdB), 1

Tenorth, E. (2012). Wir haben klügere Schüler. DIE ZEIT 8,16.02.2012, S.83

Internet

http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/abitur-gost/pruefungsaufgaben.php?fach=6 (20.06.2012)

Danksagung

Die Autoren danken den an dieser Untersuchung beteiligten Lehrerinnen und Lehrern.

Kontakt

Prof. Dr. Hans Peter Klein
Lehrstuhl für Didaktik der Biowissenschaften
Goethe-Universität Frankfurt
Max-von-Laue-Str. 13
60438 Frankfurt am Main
h.p.klein@bio.uni-frankfurt.de
www.bildung-wissen.eu
www.didaktik-biowissenschaften.de

Prof. Dr. Thomas Jahnke
Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
Universität Potsdam
Institut für Mathematik
Am Neuen Palais 10
14469 Potsdam
jahnke@rz.uni-potsdam.de